

Winplot, una herramienta para la enseñanza de la Matemática

©2006 Mynor Chacón

Escuela de Matemática
Universidad de Costa Rica

22 de septiembre de 2006

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Objetivos Generales:

Mostrar la utilidad de un graficador como el Winplot en:

- La graficación de funciones: explícitas, implícitas.
- Obtención de intersecciones con los ejes coordenados.
- Intersección entre funciones.
- Área bajo la curva.
- Áreas entre funciones.
- Volumen de revolución.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 1

- Graficar $f(x) = 2x + 1$ en color rojo.
- Graficar el círculo $x^2 + y^2 = 4$ en color azul.
- Localice en la gráfica el punto $(3, f(3))$.

Objetivos de la actividad:

- Graficar una función explícita e implícita.
- Localizar un punto $(x, f(x))$ en la gráfica.
- Explorar el acercamiento y alejamiento una gráfica.

Actividad 2

Grafique $f(x) = 100 e^{\frac{x}{2}}$, luego borre y grafique $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^{20}}$.

Objetivo de la actividad:

- Explorar la necesidad del acercamiento y alejamiento de un gráfico.

Actividad 2

Grafique $f(x) = 100 e^{\frac{x}{2}}$, luego borre y grafique $f(x) = \frac{\ln(x)}{x^{20}}$.

Objetivo de la actividad:

- Explorar la necesidad del acercamiento y alejamiento de un gráfico.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Actividad 3

Si $f(x) = x^2$ entonces graficar en el mismo sistema de ejes las funciones:

- $f(x - 3)$
- $f(x + 3)$
- $f(x) - 3$
- $f(x) + 3$

Objetivo de la actividad:

- Revisar la traslación de funciones.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Ejemplo 1

Graficar $f(x) = x^2 - 2x - 1$ y determinar:

- Las intersecciones con los ejes.
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 > y$.
- Sombrear la región $x^2 - 2x - 1 < y$.

Objetivos del ejemplo:

- Determinar intersecciones con los ejes X e Y .
- Representar gráficamente las soluciones de las desigualdades $y < f(x)$ y $y > f(x)$.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombread su interior.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombread su interior.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombrear su interior.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombrear su interior.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombrear su interior.

Actividad 4

Graficar $f(x) = -2x^2 + 9x - 4$ y determinar:

- Las soluciones de la ecuación $-2x^2 + 9x - 4 = 0$
- El vértice de la parábola.
- Indicar en el gráfico el rango o recorrido de $f(x)$.
- Sombrear la región $-2x^2 + 9x - 4 < y$.

Graficar $x^2 + 16y^2 = 16$ y sombrear su interior.

Actividad 5

Resolver el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Objetivo de la actividad:

- Determinar la intersección entre dos rectas de una forma distinta, haciendo uso del gráfico para resolver un sistema lineal de dos ecuaciones con dos variables.

Actividad 5

Resolver el sistema de ecuaciones

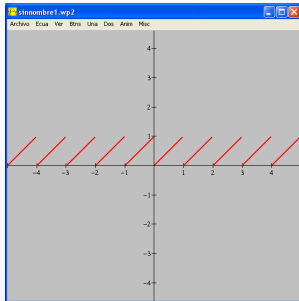
$$\begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

Objetivo de la actividad:

- Determinar la intersección entre dos rectas de una forma distinta, haciendo uso del gráfico para resolver un sistema lineal de dos ecuaciones con dos variables.

Ejemplo 2

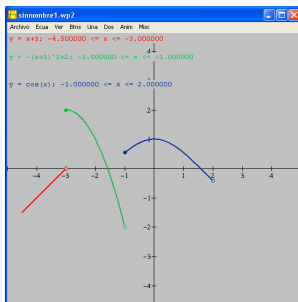
Graficar $f(x) = x$, $x \in [0, 1]$, periódica de período $p = 1$:



Ejemplo 3

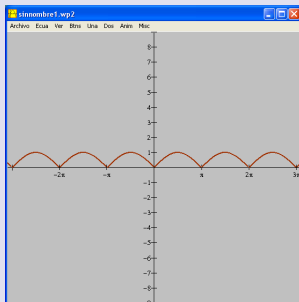
Graficar la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & -4,5 \leq x < -3 \\ -(x + 3)^2 + 2 & -3 \leq x < -1 \\ \cos x & -1 \leq x < 2 \end{cases}$$



Actividad 6

Reproduzca el siguiente gráfico correspondiente a una función periódica:

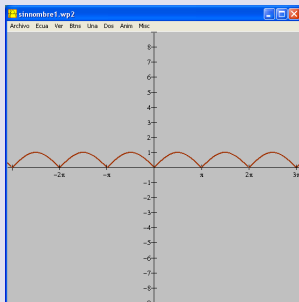


Objetivo de la actividad:

- Graficar funciones periódicas.

Actividad 6

Reproduzca el siguiente gráfico correspondiente a una función periódica:



Objetivo de la actividad:

- Graficar funciones periódicas.

Actividad 7

Graficar la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} (x + 1)^2 & -2 < x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ \ln x & 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

Objetivo de la actividad:

- Graficar funciones continuas a trozos.

Actividad 7

Graficar la función definida por:

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)^2 & -2 < x < 1 \\ 3 & x = 1 \\ \ln x & 1 < x \leq 4 \end{cases}$$

Objetivo de la actividad:

- Graficar funciones continuas a trozos.

Ejemplo 4

Sea $f(x) = |x^2 + 2x|$ entonces:

- Entonces grafique $f(x)$.
- Verifique que

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$$

- Determinar el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar $f(x)$ alrededor del eje X en el intervalo $[-2, 1]$

Ejemplo 4

Sea $f(x) = |x^2 + 2x|$ entonces:

- Entonces grafique $f(x)$.
- Verifique que

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$$

- Determinar el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar $f(x)$ alrededor del eje X en el intervalo $[-2, 1]$

Ejemplo 4

Sea $f(x) = |x^2 + 2x|$ entonces:

- Entonces grafique $f(x)$.
- Verifique que

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$$

- Determinar el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar $f(x)$ alrededor del eje X en el intervalo $[-2, 1]$

Ejemplo 4

Sea $f(x) = |x^2 + 2x|$ entonces:

- Entonces grafique $f(x)$.
- Verifique que

$$\int_{-2}^0 f(x) dx = \frac{4}{3}$$

- Determinar el volumen del sólido de revolución obtenido al hacer girar $f(x)$ alrededor del eje X en el intervalo $[-2, 1]$

Actividad 8

Graficar $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = -x + 4$ en el mismo sistema de ejes las funciones y:

- Determine los puntos de intersección de $f(x)$ y $g(x)$
- Sombrear la región entre ambas funciones.
- Calcular el área limitada por las dos funciones.

Objetivo de la actividad:

- Revisión de la intersección y el área entre dos funciones.

Actividad 8

Graficar $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = -x + 4$ en el mismo sistema de ejes las funciones y:

- Determine los puntos de intersección de $f(x)$ y $g(x)$
- Sombrear la región entre ambas funciones.
- Calcular el área limitada por las dos funciones.

Objetivo de la actividad:

- Revisión de la intersección y el área entre dos funciones.

Actividad 8

Graficar $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = -x + 4$ en el mismo sistema de ejes las funciones y:

- Determine los puntos de intersección de $f(x)$ y $g(x)$
- Sombrear la región entre ambas funciones.
- Calcular el área limitada por las dos funciones.

Objetivo de la actividad:

- Revisión de la intersección y el área entre dos funciones.

Actividad 8

Graficar $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = -x + 4$ en el mismo sistema de ejes las funciones y:

- Determine los puntos de intersección de $f(x)$ y $g(x)$
- Sombrear la región entre ambas funciones.
- Calcular el área limitada por las dos funciones.

Objetivo de la actividad:

- Revisión de la intersección y el área entre dos funciones.

Actividad 8

Graficar $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = -x + 4$ en el mismo sistema de ejes las funciones y:

- Determine los puntos de intersección de $f(x)$ y $g(x)$
- Sombrear la región entre ambas funciones.
- Calcular el área limitada por las dos funciones.

Objetivo de la actividad:

- Revisión de la intersección y el área entre dos funciones.

Actividad 9

Graficar $f(x) = \ln x$ luego:

- Haga girar la curva alrededor del eje la recta $y = x$, para $x \in [1/2, 3]$
- Edite el sólido generado.
- ¿Cuál es el volumen aproximado del sólido de revolución obtenido?

Objetivo de la actividad:

- Visualizar y obtener a la vez el volumen de un sólido de revolución.

Actividad 9

Graficar $f(x) = \ln x$ luego:

- Haga girar la curva alrededor del eje la recta $y = x$, para $x \in [1/2, 3]$
- Edite el sólido generado.
- ¿Cuál es el volumen aproximado del sólido de revolución obtenido?

Objetivo de la actividad:

- Visualizar y obtener a la vez el volumen de un sólido de revolución.

Actividad 9

Graficar $f(x) = \ln x$ luego:

- Haga girar la curva alrededor del eje la recta $y = x$, para $x \in [1/2, 3]$
- Edite el sólido generado.
- ¿Cuál es el volumen aproximado del sólido de revolución obtenido?

Objetivo de la actividad:

- Visualizar y obtener a la vez el volumen de un sólido de revolución.

Actividad 9

Graficar $f(x) = \ln x$ luego:

- Haga girar la curva alrededor del eje la recta $y = x$, para $x \in [1/2, 3]$
- Edite el sólido generado.
- ¿Cuál es el volumen aproximado del sólido de revolución obtenido?

Objetivo de la actividad:

- Visualizar y obtener a la vez el volumen de un sólido de revolución.

Actividad 9

Graficar $f(x) = \ln x$ luego:

- Haga girar la curva alrededor del eje la recta $y = x$, para $x \in [1/2, 3]$
- Edite el sólido generado.
- ¿Cuál es el volumen aproximado del sólido de revolución obtenido?

Objetivo de la actividad:

- Visualizar y obtener a la vez el volumen de un sólido de revolución.

Actividad 10

- Graficar $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, ¿Y la discontinuidad en $x = 1$?
- Graficar $f(x) = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$ y sus asíntotas verticales.

- Utilice la última gráfica para deducir los resultados de los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

Actividad 10

- Graficar $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, ¿Y la discontinuidad en $x = 1$?
- Graficar $f(x) = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$ y sus asíntotas verticales.

- Utilice la última gráfica para deducir los resultados de los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

Actividad 10

- Graficar $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, ¿Y la discontinuidad en $x = 1$?
- Graficar $f(x) = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$ y sus asíntotas verticales.

- Utilice la última gráfica para deducir los resultados de los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$

Actividad 10

- Graficar $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$, ¿Y la discontinuidad en $x = 1$?
- Graficar $f(x) = \frac{x + 3}{(x + 1)(x - 2)}$ y sus asíntotas verticales.

- Utilice la última gráfica para deducir los resultados de los límites siguientes:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$$